

វិញ្ញាបនបត្រសាកលវិទ្យាល័យ ព្រះសីហនុប្រឡងបឋមសិក្សាទូតិយតូមី — ឆ្នាំ ២០២៤

ផ្នែកទី I.

១. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម៖

$$(ក) \int x(1+x^{-2})^2 dx$$

$$(គ) \int_0^1 \sqrt{1-3x} dx$$

$$(ខ) \int e^{\sin x} \cos x dx$$

$$(ឃ) \int_0^1 \frac{16x}{(x^2+1)^2} dx$$

២. (a) ចូរបង្ហាញថា ចំពោះគ្រប់ $x \neq -1$ គេបាន

$$f(x) = e^x \frac{x^2+1}{(x+1)^2} = e^x - 2e^x \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} \right)$$

(b) ចូរគណនា $\int f(x) dx$

៣. អនុគមន៍ f លើ $]0, +\infty[$ កំណត់ដោយ $f(x) = x^2 - 8 \ln(x)$ ដែល $\ln$ ជាអនុគមន៍ឡូការីតនេពែរ។

គេសន្មតថា អនុគមន៍ f មានដេរីវេលើចន្លោះ $]0, +\infty[$ ហើយគេតាង f' ជាអនុគមន៍ដេរីវេរបស់វា។

(ក) ចូរគណនា $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ។

(ខ) ឧបមាថា ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេទាញបាន $f(x) = x^2 \left(1 - 8 \frac{\ln(x)}{x^2} \right)$ ។

ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

(គ) ចូរបង្ហាញថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x កំណត់ក្នុង $]0, +\infty[$ គេបាន $f'(x) = \frac{2(x^2-4)}{x}$ ។

(ឃ) ចូរសិក្សាអថេរភាពរបស់អនុគមន៍ f លើ $]0, +\infty[$ និងសង្ខេបតារាងអថេរភាពរបស់វា។ ចូរទាញរកតម្លៃអប្បបរមារបស់អនុគមន៍ f លើ $]0, +\infty[$ ។

(ង) ចូរបង្ហាញថា លើ $]0, 2]$ សមីការ $f(x) = 0$ មានចម្លើយតែមួយគត់ α (បញ្ជាក់ចន្លោះតម្លៃ α)។

(ច) ចូរបង្ហាញថា លើ $[2, +\infty[$ សមីការ $f(x) = 0$ មានចម្លើយតែមួយគត់ β (បញ្ជាក់ចន្លោះតម្លៃ β)។ ចូរទាញរកសញ្ញារបស់ f លើចន្លោះ $]0, +\infty[$ ។

ផ្នែកទី II.

៤. យកចំណុច A, B, C ស្ថិតក្នុងប្លង់កុំផ្លិច $\mathbb{C}$ មានអភិច $z_A = -1 + i\sqrt{3}$, $z_B = 2$ និង $z_C = -1 - i\sqrt{3}$ រៀងគ្នា។

(a) ចូរសរសេរ z_A, z_B និង z_C ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

(b) ចូរកំណត់ប្រភេទត្រីកោណ ABC ។

៥. ពិនិត្យក្នុងប្លង់កុំផ្លិចមួយមានតម្រុយអរតូនរមេ $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ។ គេកំណត់ស្វ៊ីតនៃចំនួនកុំផ្លិច (z_n) ដោយ៖

$$z_0 = 0 \text{ និង } \text{គ្រប់ចំនួនធម្មជាតិ } n : z_{n+1} = (1+i)z_n - i$$

ចំពោះគ្រប់ចំនួនធម្មជាតិ n គេតាងចំណុច A_n មានអភិច z_n ហើយចំណុច B មានអភិច 1 ។

- a. បង្ហាញថា $z_1 = -i$ និង $z_2 = 1 - 2i$ ។
- b. គណនា z_3 ។
- c. ដោយចំណុច B, A_1, A_2 និង A_3 នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរមេ $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ។
- d. ចូរបង្ហាញថា ត្រីកោណ BA_1A_2 ជាត្រីកោណសមបាត។

៦. យក $ABCDEFGH$ គឺជាគូបមួយសង់ក្នុងលំហមានតម្រុយអរតូនរមេ $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ ។ គ្រប់ចំនួនពិត t គេកំណត់ចំណុច M មានកូអរដោនេ $(1 - t; t; t)$ ។ ហើយគេកំណត់បន្ទាត់ (BH) និង (FC) មានសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រដូចខាងក្រោម៖

$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{និង} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = t' \\ z = 1 - t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$$

- (i) ចូរបង្ហាញថា គ្រប់ចំនួនពិត t ចំណុច M ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ (BH) ។
- (ii) ចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់ (BH) និង (FC) អនុគូណាលក់គ្នា និង មិនកូញណែនគ្នាទេ។

៧. គេអោយ ព្រឹត្តិការណ៍ពីរ E និង F មានប្រូបាប៊ីលីតេរៀងគ្នា $P(E) = 0.6, P(F) = 0.3$ និង $P(E \cap F) = 0.2$ ។ ចូរគណនា $P(E | F)$ និង $P(F | E)$ ។

៨. កាក់ស្មើសាច់មួយត្រូវបានបោះចំនួនបីដង ដែលគេកំណត់បានព្រឹត្តិការណ៍ដូចខាងក្រោម៖

- (i) E : ចេញខាងរូបនៅលើកទីបី និង F : ចេញខាងរូបនៅពីរលើកដំបូង។
- (ii) E : ចេញខាងរូបយ៉ាងតិចពីរដង និង F : ចេញខាងរូបយ៉ាងច្រើនពីរដង។
- (iii) E : ចេញខាងខ្ទងយ៉ាងច្រើនពីរដង និង F : ចេញខាងរូបយ៉ាងតិចម្តង។

ចូរគណនា $P(E | F)$ ។